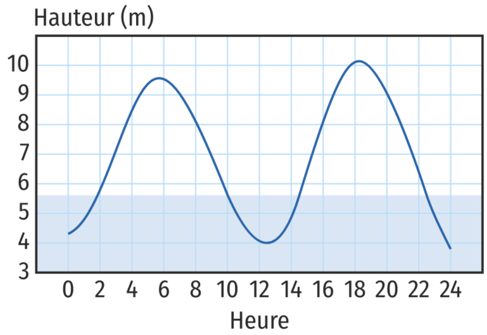
Entrainement — Modéliser avec des fonctions

1 Dans le port de Saint-Malo, on mesure la hauteur de l'eau (en m) au cours d'une journée. On reporte les mesures sur le graphique ci-dessous, appelé marégramme.

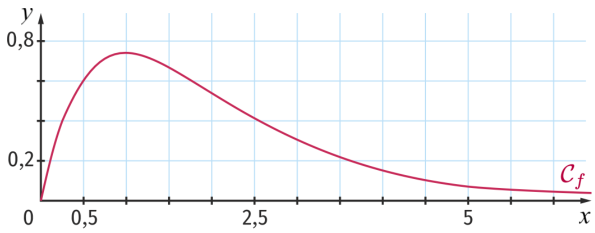


1. Quelles sont les deux grandeurs mesurées ? Quelle est celle qui varie en fonction de l'autre ?

On modélise cette évolution par une fonction f. Le graphique précédent est la représentation graphique de f.

2. Déterminer l'image de 16 par f. Interpréter.
3. Déterminer les antécédents de 6 par f. Interpréter.
4. Construire le tableau de variations de f.
5. Quels sont les extrema de la fonction f ?

2 Un étudiant de 18 ans boit deux verres de rhum au cours d'une soirée. On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction $f : t \mapsto C$ avec t le temps en heure et C la concentration d'alcool dans son sang, exprimée en gramme par litre.



1. Quelle est la concentration d'alcool dans le sang de cet étudiant après deux heures et demie ?
2. Déterminer $f(0,5)$. Interpréter.
3. Quel est le maximum de la fonction f ? Interpréter.
4. Déterminer graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(t) \geq 0,2$. Interpréter.
5. D'après la loi, un jeune conducteur ne peut prendre le volant que lorsque la concentration d'alcool dans son sang est inférieure à 0,2 grammes par litre de sang. Combien de temps cet étudiant doit-il attendre avant de pouvoir reprendre son véhicule ?

3 Suite à la location d'un camion, un commercial calcule le montant à facturer. Le tarif est de 25€ (somme fixe) auquel s'ajoute 12 centimes par kilomètre parcouru.

1. Identifier les grandeurs qui varient dans cette situation. Quelle est celle qui varie en fonction de l'autre ?
2. Donner l'expression algébrique $f(x)$ de la fonction f qui modélise cette situation.

4 On mesure la consommation d'essence d'une voiture à différentes vitesses moyennes. On considère la fonction $g : v \mapsto C$ avec v la vitesse moyenne en km/h et C la consommation en litres consommés pour 100 kilomètres. On donne le tableau des variations de g.

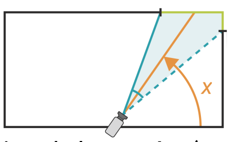
v	25		60		130
Variations de g	$6,3$	↘	$5,5$	↗	$10,5$

1. Déterminer le minimum de g. Interpréter.
2. Que peut-on dire de la consommation à 50 km/h ?
3. Comparer $g(30)$ et $g(50)$. Interpréter.
4. Comparer $g(70)$ et $g(90)$. Interpréter.

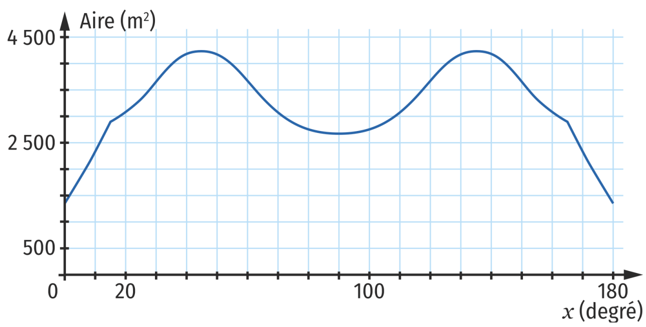
5 Une usine produit chaque jour entre 0 et 10 tonnes de bouteilles en verre. Le coût de fabrication, en millier d'euros, de x tonnes est modélisé par une fonction f définie sur $[0; 10]$ par $f(x) = 0,5x^3 - 3,5x^2 + 20x + 50$.

1. Déterminer le coût de fabrication de 3 tonnes.
2. Déterminer $f(5)$. Interpréter.
3. Afficher la représentation graphique de f sur $[0; 10]$ sur une calculatrice graphique.
4. L'entreprise a engagé un coût de 150 milliers d'euros. À l'aide d'une calculatrice graphique, déterminez quelle quantité de bouteilles elle a pu produire.
5. À l'aide d'une calculatrice graphique, résoudre l'inéquation $f(x) \geq 100$. Interpréter.

6 On installe une caméra dans un hangar rectangulaire. On note x l'angle, en degré, entre le mur et l'axe de la caméra.



On note A l'aire dans le champ de vision de la caméra (en bleu sur le schéma). On a tracé la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto A$ pour $x \in [0; 180]$.



1. Tracer le tableau de variations de f sur $[0; 180]$.
2. Quel est le maximum de f ? En quelle valeur est-il atteint ? Interpréter.
3. Pour quels angles l'aire dans le champ de vision de la caméra est-elle supérieure à 3000 m² ?
4. Quelle est l'image de 15° ? En quels angles a-t-on la même aire ?