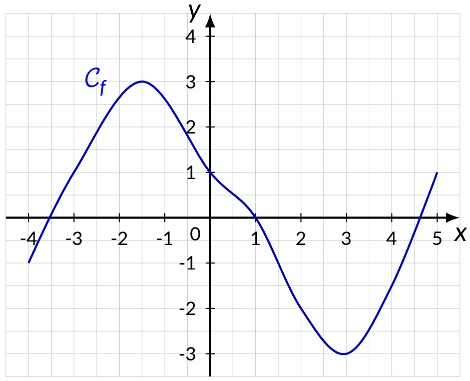
TD Exploiter le graphique d'une fonction

Exercice corrigé

On donne ci-contre la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-4\,;\,5]$.



1. Déterminer graphiquement l'image de 2.
2. Déterminer graphiquement le ou les antécédents de 1.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geqslant 2$.
5. Décrire les variations de la fonction f et dresser son tableau de variations.

Une solution possible de l'exercice...

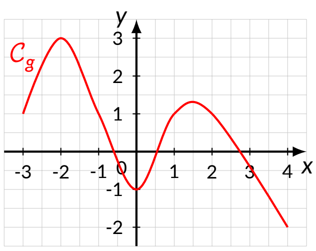
La fonction f représente les variations de y lorsque x parcourt les valeurs comprises entre -4 et 5.
On a $f(x) = y$ pour $x \in [-4\,;\,5]$.

1. D'après le graphique, lorsque $x = 2$, on a $y = -2$. Autrement dit, l'image de 2 par f est -2 ou $f(2) = -2$.
2. Pour que $y = 1$, il faut que $x = -3$ ou $x = 0$ ou $x = 5$. Autrement dit, les antécédents de 1 par f sont -3, 0 et 5.
3. On a $f(x) = 0$ lorsque y vaut 0, ce qui est le cas lorsque x vaut $-3{,}5$ ou 1 ou 4,7 environ. L'ensemble des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est donc $S = \{-3{,}5\,;\,1\,;\,4{,}7\}$.
4. On a $f(x) \geq 2$ lorsque y est supérieur ou égal à 2, ce qui est le cas lorsque x est compris entre $-2{,}4$ et $-0{,}7$ environ. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geqslant 2$ est donc l'intervalle $[-2{,}4\,;\,-0{,}7]$.
5. Lorsque les valeurs de x augmentent entre -4 et $-1{,}5$, les valeurs de y augmentent.
Donc f est **croissante** sur l'intervalle $[-4\,;\,-1{,}5]$.
Lorsque les valeurs de x augmentent entre $-1{,}5$ et 3, les valeurs de y diminuent.
Donc f est **décroissante** sur l'intervalle $[-1{,}5\,;\,3]$.
Lorsque les valeurs de x augmentent entre 3 et 5, les valeurs de y augmentent.
Donc f est **croissante** sur l'intervalle $[3\,;\,5]$.

x	-4		-1.5		3		5
Variations de $f(x)$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1

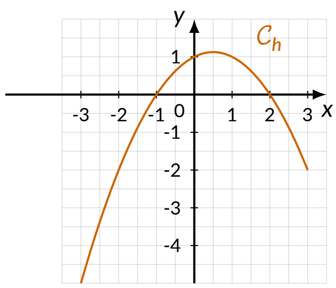
Pour se lancer...

1 On donne la courbe d'une fonction g définie sur $[-3\,;\,4]$.



1. Lire graphiquement l'image de 0 par g.
2. Lire graphiquement $g(-2)$ et $g(4)$.
3. Lire graphiquement le(s) antécédent(s) de 1.
4. Quel est le maximum de g sur $[-3\,;\,4]$? Pour quelle valeur est-il atteint ?

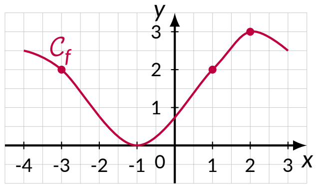
2 On donne la courbe d'une fonction h définie sur $[-3\,;\,3]$.



1. Résoudre graphiquement $h(x) = 1$.
2. Résoudre graphiquement $h(x) = 3$.
3. Résoudre graphiquement $h(x) \geq 0$.
4. Dresser le tableau de variations de $h(x)$.

Parcours de réussite

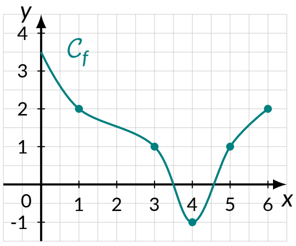
3 On donne la courbe de f définie sur $[-4\,;\,3]$.



Compléter les phrases à l'aide du graphique :

1. Lorsque $x = 2$, on lit $y =$ ___. Donc l'__________ de 2 par f est ___. Cela se note : $f(2) =$ ___.
2. Pour avoir $y = 2$, il faut choisir $x =$ ___ ou $x =$ ___. Donc les __________ de 2 par f sont ___ et ___. Cela signifie que $f($___$) = 2$ et $f($___$) = 2$.

4 On donne la courbe de f définie sur $[0\,;\,6]$.



1. **a.** Lire graphiquement $f(1)$.
   b. En déduire une solution de l'équation $f(x) = 2$.
   c. Est-ce la seule solution ?
   d. Donner l'ensemble S des solution de $f(x) = 2$.
2. **a.** Lire $f(3)$ et $f(4)$. Les nombres 3 et 4 sont-ils des solution de l'inéquation $f(x) \leq 1$?
   b. Est-ce que ce sont les seules solutions ?
   c. Donner l'ensemble S des solution de $f(x) \leq 1$.
3. Compléter avec les mots **augmentent**, **diminuent**, **croissante** et **décroissante** :
   a. « Lorsque les valeurs de x augmentent entre 0 et 4, les valeurs de y __________. Donc f est __________ sur l'intervalle [___ ; ___]. »
   b. « Lorsque les valeurs de x augmentent entre 4 et 6, les valeurs de y __________. Donc f est __________ sur l'intervalle [___ ; ___]. »
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
5. Déterminer le maximum et le minimum de la fonction f.

Parcours d'approfondissement

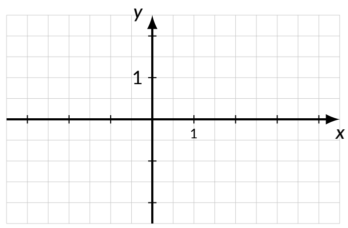
5 On donne le tableau de variations d'une fonction k définie sur $[-5\,;\,4]$.

x	-5		-1		4
Variations de $k(x)$	3	↘	-4	↗	1

1. Comparer, lorsque c'est possible, les nombres suivants. Justifier.
   a. $k(-4)$ et $k(-2)$ **b.** $k(0)$ et $k(3)$ **c.** $k(-3)$ et $k(1)$
2. On considère les équations suivantes :
   a. $k(x) = -4$ **b.** $k(x) = 5$ **c.** $k(x) = 0$ **d.** $k(x) = 2$
   Pour chacune d'elles :
   — Si le tableau permet de trouver les solutions exactes, donner l'ensemble des solutions S.
   — Sinon, déterminer le nombre de solutions.

6 Dessiner à main levée dans le repère ci-dessous une courbe représentative d'une fonction u définie sur $[-3\,;\,4]$ qui vérifie **toutes** les conditions suivantes :

— $u(-3) = 1$ et $u(4) = 2$.
— L'équation $u(x) = 0$ admet exactement 3 solutions dont $x = 0$.
— u admet un minimum égal à -2.
— u est strictement décroissante sur $[1\,;\,3]$.



7 On sait que la fonction v est croissante sur $[-2; 1]$ et décroissante sur $[1; 5]$. On sait aussi que $v(-2) = -3$ et $v(5) = -1$.

1. Peut-on avoir $v(1) = -4$? Justifier
2. Peut-on avoir $v(1) = -2$? Justifier
3. Peut-on avoir $v(1) = 0$? Justifier