03/09/2025

Statistique 1 - Fluctuations de fréquences

Exercice des lancers francs

Sarah, joueuse de basket professionnelle, s'entraîne tous les jours aux lancers francs (voir résultats ci-dessous). Quel jour a-t-elle été la plus habile ? Quel jour a-t-elle été la moins habile ?

	Lundi 25 août	Mardi 26 août	Mercredi 27 août	Jeudi 28 août	Vendredi 29 août
Paniers tentés	63	46	43	73	53
Paniers réussis	41	35	31	50	41

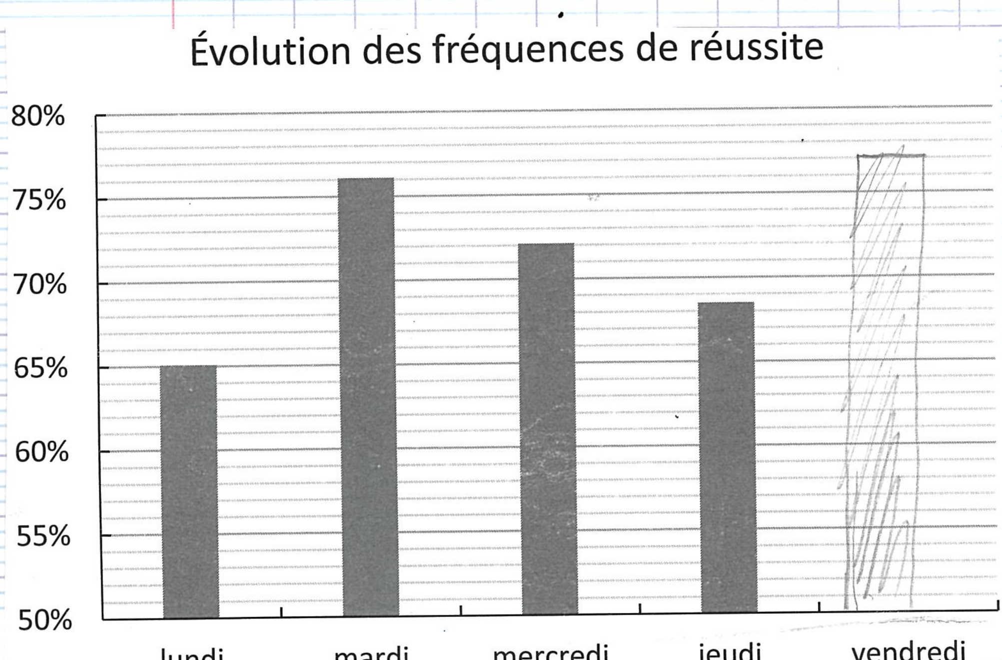
Fréquence de réussite	65%	76%	72%	68%	77%

On a calculé les fréquences de réussite de Sarah pour chaque jour.

Par exemple, lundi : $\frac{41}{63} \simeq 0,65 \simeq 65\%$

(fluctuer, fluctuation) Ces fréquences fluctuent entre 65% (lundi) et 77% (vendredi)

04/09/2025



Exercice des lancers francs (suite)

Sarah s'entraîne encore chaque jour entre le 1 et le 5 septembre. Sur l'ensemble des deux semaines, sa fréquence de réussite fluctue entre 55 % et 77 % (les fréquences ont été arrondies au centième).

1. Est-il possible que le lundi 1, sur 50 paniers tentés, elle en ait réussi 4 sur 5 ?
2. Est-il possible que le mardi 2, sur 60 paniers tentés, elle en ait réussi 3 sur 4 ?
3. Le mercredi 3, elle a tenté 65 paniers. Que peut-on en déduire ?
4. (Question pour les rapides) Le jeudi 4, elle a réussi 56 paniers. Que peut-on en déduire ?

1. $\frac{4}{5} = 0{,}8 = 80\% > 77\%$

→ La réponse est NON.

2. $\frac{3}{4} = 0{,}75 = 75\% < 77\%$

→ La réponse est oui

3. On calcul 55% de 65

Méthode 1 :

?	55
65	100

$\frac{55 \times 65}{100} = 35{,}75$

Méthode 2 :

1% de 65 = 0,65

55 % de 65 = $55 \times 0{,}65 = 35{,}75$

Méthode 3 :

" Pour calculer 55% de 65, il suffit de multiplier par 55 "

$0{,}55 \times 65 = 35{,}75$

coéfficient multiplicateur

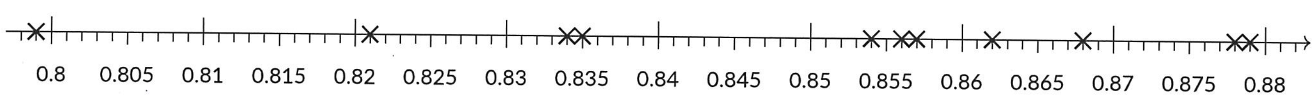
Exercice des fréquences et pourcentages à connaître

Compléter le tableau ci-dessous.

Fréquence	Fraction irréductible associée	Effectifs plus petits associés
10 %	$\frac{1}{10}$	10 pour 100, c'est comme 1 pour 10
20 %	$\frac{1}{5}$	20 pour 100, c'est comme 1 pour 5
25 %	$\frac{5}{20}$	25 pour 100, c'est comme 5 pour 20
33,3 %	$\frac{333}{1000}$ environ $\frac{1}{3}$	33,3 pour 100, c'est environ comme 1 pour 3
40 %	$\frac{2}{5}$	40 pour 100, c'est comme 2 pour 5
50 %	$\frac{5}{10}$	50 pour 100, c'est comme 5 pour 10
60 %	$\frac{3}{5}$	60 pour 100, c'est comme 3 pour 5
66,7 %	$\frac{667}{1000}$ environ $\frac{2}{3}$	66,7 pour 100, c'est environ comme 2 pour 3
75 %	$\frac{5}{15}$	75 pour 100, c'est comme 5 pour 15
80 %	$\frac{4}{5}$	80 pour 100, c'est comme 4 pour 5

Exercice du baccalauréat

Voici un graphique représentant les onze fréquences de réussite au baccalauréat entre 2005 et 2015, toutes filières confondues.



En 2014, il y a eu 686 907 candidats au bac (Source : *Libération*).
Que peut-on dire du nombre d'élèves qui ont réussi le bac en 2014 ?

$0,799 \times 686\,907 \simeq 548\,838,693$

$0,879 \times 686\,907 \simeq 603\,791,253$

Donc entre 548 839 et 603 791 élèves ont réussi le bac en 2014.

Exercice du radar

Un radar de la sécurité routière prend en photo les véhicules en excès de vitesse. Sur certaines photos, il n'est pas possible de lire le numéro d'immatriculation du véhicule, on dit alors que la photo est ratée ; dans le cas contraire, on dit qu'elle est réussie.
Le radar a pris des photos pendant l'été :

- en juin, il y a eu 58 photos prises dont 17 ratées ;
- en juillet, il y a eu 75 photos prises dont 60 % réussies ;
- en août, il y a eu 48 photos réussies, ce qui correspondait aux deux tiers des photos prises ;
- en septembre, il y a eu 8 photos ratées, ce qui correspondait à 20 % des photos prises.

Sur l'ensemble de ces quatre mois, quel a été le pourcentage de photos réussies ?

58	75	72	40	245
41	45	48	32	166

$\frac{166}{245} = 68\%$

Solution possible de l'exercice du radar

	Juin	Juillet	Août	Septembre	Total
Photos réussies	$58 - 17 = 41$	$0{,}6 \times 75 = 45$	48	$70 - 14 = 56$	190
Photos prises	58	75	$48 \div 2 = 24$ $24 \times 3 = 72$	$14 \times 5 = 70$	275

Explications :

- En août, 48 représente deux tiers des photos prises, donc $48 \div 2 = 24$ représente un tiers des photos prises, donc $24 \times 3 = 72$ est égal à l'ensemble des photos prises.
- En septembre, 14 est égal à 20 % des photos prises, c'est-à-dire un cinquième des photos prises.

Conclusion : Le pourcentage global de photos réussies est donc égal à $\frac{190}{275} \simeq 0{,}69$, c'est-à-dire environ 69 %.

TD Calculer avec des fractions et identifier les rationnels

Exercice corrigé

1. Justifier que les nombres suivants sont des rationnels. **a.** -7 **b.** 3,25 **c.** $\left(\frac{-3}{4}\right)^2$

2. Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible : $A = 2 - 3 \times \frac{7}{4}$ $B = \frac{-8}{7} : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right)$

Une solution possible de l'exercice...

1. **a.** $-7 = \frac{-7}{1}$ **b.** $3{,}25 = \frac{325}{100}$ **c.** $\left(\frac{-3}{4}\right)^2 = \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} = \frac{9}{16}$

Ces nombres peuvent s'écrire sous la forme d'une fraction. Ce sont donc des rationnels.

2. $A = 2 - 3 \times \frac{7}{4} = \frac{2}{1} - \frac{21}{4} = \frac{8}{4} - \frac{21}{4} = \frac{-13}{4}$

$B = \frac{-8}{7} : \left(\frac{1}{7} + \frac{2}{5}\right) = \frac{-8}{7} : \left(\frac{5}{35} + \frac{14}{35}\right) = \frac{-8}{7} : \frac{19}{35} = \frac{-8}{7} \times \frac{35}{19} = -\frac{8 \times 7 \times 5}{7 \times 19} = -\frac{40}{19}$

Pour se lancer...

1 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou éventuellement d'un entier.

- $A = \frac{3}{4} + \frac{4}{5}$
- $B = \frac{1}{2} - \frac{5}{3}$
- $C = -\frac{15}{4} \times \frac{1}{-5}$
- $D = 2 - 2 : \frac{1}{4}$

2 Justifier que les nombres suivants sont rationnels et préciser s'il sont également entiers.

- $E = \frac{-3-5}{2 \times 3{,}4}$
- $F = \frac{252}{2 \times 3 \times 7}$
- $G = \left(\frac{1}{5} + 3\right)^2$
- $H = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

Parcours de réussite

3 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- $I = \frac{13}{8} - \frac{3}{8}$
- $J = \frac{5}{6} + \frac{1}{12}$
- $K = \frac{-3}{5} + \frac{6}{15}$
- $L = \frac{1}{14} - \frac{3}{4}$

4 Calculer et donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

- $M = \frac{-4}{7} \times \frac{3}{5}$
- $N = \frac{4}{15} \times \frac{6}{10}$
- $P = \frac{-7}{4} : \frac{21}{12}$
- $Q = \frac{-8}{25} : \frac{7}{15}$

5 **1.** Simplifier les fractions suivantes dont le numérateur et le dénominateur sont des décompositions en facteurs premiers.

a. $\frac{3 \times 7 \times 13}{7 \times 11 \times 13}$ **b.** $\frac{2 \times 3 \times 3 \times 5}{3 \times 5 \times 7}$ **c.** $\frac{11 \times 5 \times 2^2}{2 \times 7 \times 11}$

2. Décomposer 45 et 65 en produit de facteurs premiers, puis simplifier la fraction $\frac{45}{65}$.

3. a. Faire de même pour simplifier les fractions :

- $\frac{-30}{36}$
- $\frac{25}{55}$
- $\frac{28}{-14}$
- $\frac{170}{85}$

b. Préciser s'il s'agit de nombres rationnels, d'entiers relatifs ou naturels.

Parcours d'approfondissement

6 Calculer et donner les résultats sous la forme d'une fraction irréductible.

- $A = 7 \times \left(\frac{4}{15} - \frac{3}{55}\right)$
- $B = \frac{1-\frac{2}{7}}{1+\frac{2}{7}}$
- $C = \frac{6}{39} - \frac{6}{13} : \frac{9}{143}$

7 Trouver l'intrus ! Justifier.

$D = \frac{\frac{5}{4} - \frac{2}{3}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{2}}$ $E = \frac{\frac{5}{2} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{3}{4}}$ $F = \frac{\frac{9}{6} \times \frac{8}{4}}{1 + \frac{1}{2}}$ $G = \frac{\frac{3}{2} - \frac{7}{3}}{\frac{1}{8} + \frac{1}{24}}$

8 Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Ajouter $\frac{1}{2}$ à ce nombre.
- Multiplier le résultat par $\frac{2}{3}$.
- Soustraire $\frac{1}{3}$ au résultat .
- Ajouter le tiers du nombre de au départ au résultat.

1. Effectuer le programme en utilisant le calcul fractionnaire pour les nombres choisis suivants.

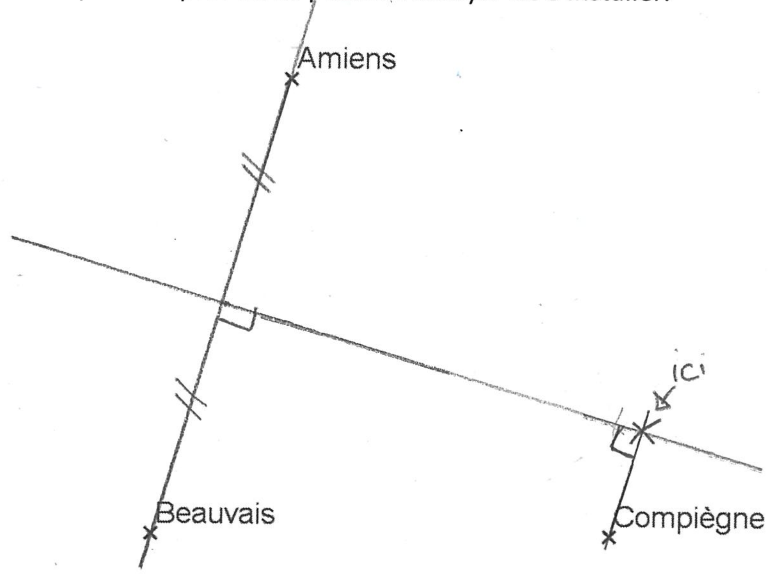
a. 0 **b.** $\frac{1}{5}$ **c.** $\frac{-3}{4}$ **d.** $\frac{5}{7}$

2. Que remarque-t-on ? Justifier.

Géométrie 1 -

Exercice des trois villes

M. et Mme Dupont travaillent à Compiègne. Leur fille habite à Amiens et leur fils à Beauvais. M. et Mme Dupont souhaitent déménager pour habiter à égale distance d'Amiens et de Beauvais, mais aussi le plus près possible de Compiègne. Indiquez sur le plan ci-après où ils peuvent essayer de s'installer.



On a tracé la médiatrice (d) du segment [AB] : c'est la droite qui passe par le milieu du segment et qui lui est perpendiculaire. En effet, les points de (d) sont les points à égale distance de A et B.

Le point de (d) qui est le plus proche de C est le point P tel que (d) et [CP] soient perpendiculaire.

Ce point a un nom pour les mathématiciens : c'est le projeté orthogonal du point C sur la droite (d).

Exercice des deux projetés orthogonaux

ABC est un triangle tel que $\widehat{BAC} = 64°$ et $AB = AC = 4$ cm.

D est le point tel que $\widehat{BAD} = \widehat{CAD} = 32°$ et $AD = 6$ cm.

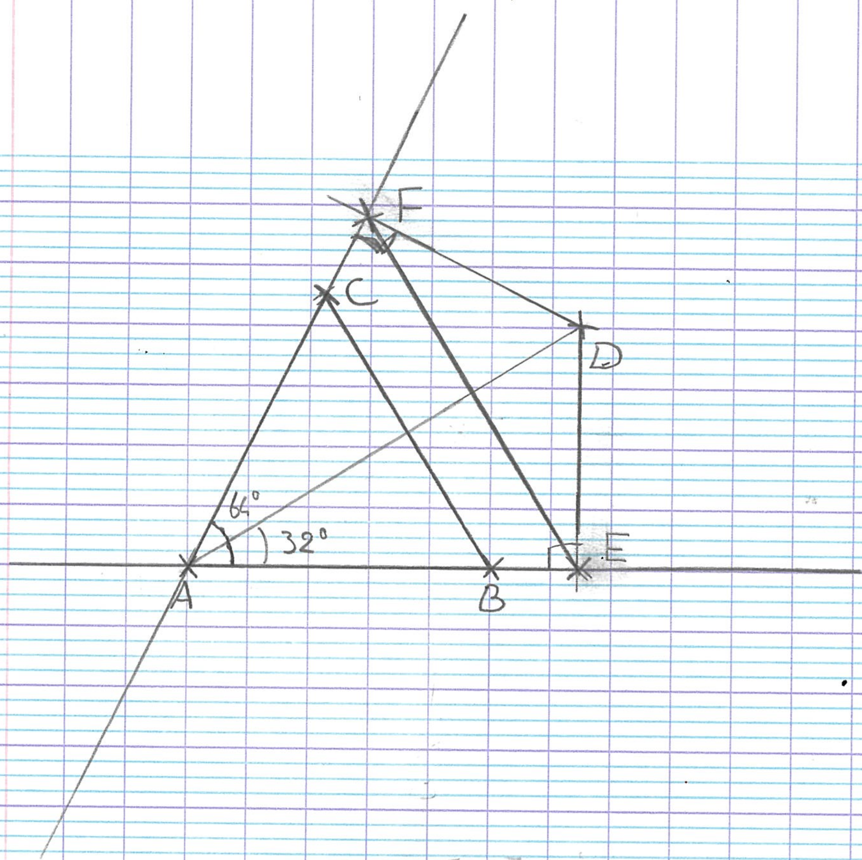
Soit E le projeté orthogonal du point D sur la droite (AB).

Soit F le projeté orthogonal du point D sur la droite (AC).

1. Faites une figure en vraie grandeur.

2. Les diagonales du quadrilatère $AEDF$ sont-elles perpendiculaires ?

VOIR DERRIÈRE



Question 2 : Attention, il ne suffit pas de vérifier avec l'équerre. En effet, il s'agit d'un exercice de géométrie abstraite (et non de géométrie dessinée). Il faut donc faire une démonstration en utilisant des propriétés de géométrie connues.

Pour préparer cette démonstration, on a listé tout ce qui semblait vrai sur la figure.
On a classé chacune de ces affirmations entre données (écrites clairement dans l'énoncé) et conjectures (qui doivent être démontrées) dans le tableau ci-contre.

Données	**Conjectures**
$AB = AC = 4$ cm	AED triangle rectangle en E
$AD = 6$ cm	AFD triangle rectangle en F
$\widehat{BAC} = 64°$	$AE = AF$
$\widehat{DAB} = \widehat{DAC} = 32°$	$DE = DF$
E projeté orthogonal de D sur (AB)	$(AD) \perp (BC)$
F projeté orthogonal de D sur (AC)	$(CB) \parallel (EF)$

On a ensuite proposé le plan de démonstration suivant :

Objectif : Démontrer que $(AD) \perp (EF)$
Étape 1 : Justifier que les triangles AED et AFD sont rectangles.
Étape 2 : Montrer que $AE = AF$ à l'aide de la trigonométrie.
Étape 3 : Montrer que $DE = DF$ à l'aide de la trigonométrie.
Étape 4 : Justifier que (AD) est la médiatrice de $[EF]$ et conclure.

ÉTAPE 1

1/ Le triangle AED est rectangle en E, car le point E est le projeté orthogonal de D sur (AB).
Le triangle AFD est rectangle en F car le point F est le projeté orthogonal de D sur (AC).

ÉTAPE 2

• Dans le triangle AED rectangle en E
On utilise le cosinus de l'angle $\widehat{DAE}$

$\cos \widehat{DAE} = \dfrac{adj}{hyp}$

$adj = \cos \widehat{DAE} \times hyp$

$\boxed{AE = \cos(32°) \times 6}$

$(AE \approx 5{,}088)$

Dans le triangle AFD rectangle en F
On utilise le cosinus de l'angle $\widehat{FAD}$

$\cos \widehat{FAD} = \dfrac{adj}{hyp}$

$adj = \cos \widehat{FAD} \times hyp$

$\boxed{AF = \cos(32°) \times 6}$

$(AF \approx 5{,}088)$

Donc $\boxed{AE = AF}$ $(\approx 5{,}1)$

ÉTAPE 3

Étape 3 : Nous savons que les triangles AFD et AED sont rectangle donc en F et E respectivement.

$ED = AD \times \sin(\widehat{EAD})$

$ED = 6 \times \sin(32°)$

$DF = AD \times \sin(\widehat{FAD})$

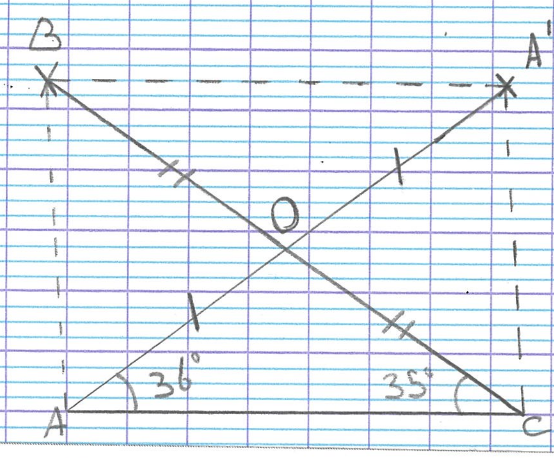
$DF = 6 \times \sin(32°)$

donc $ED = DF$.

ÉTAPE 4

On sait que AE et AF sont égaux (équidistant), donc E et F sont à meme distance de A
De plus on sait que $DE = DF$, donc E et F sont à la même distance de D

On en deduit donc que les point A et d sont sur la ~~même~~ médiatrice du segment [EF]
Donc $(AD) \perp (FE)$



Exercice du quadrilatère abstrait

ACO est un triangle tel que $\widehat{OAC} = 36°$ et $\widehat{OCA} = 35°$.

Le point B est le point de la droite (OC) tel que O soit le milieu du segment $[BC]$.

Le point A' est le symétrique du point A par rapport au point O.

1. Faites une figure.

2. Le quadrilatère $ABA'C$ est-il un parallélogramme ?

3. Le quadrilatère $ABA'C$ est-il un rectangle ?

2. D'après l'énoncé le point O est le milieu de [BC]. De plus A' est le symetrique de par rapport à O, donc O est le milieu du segment [AA']. Donc les diagonales de ABA'C ont le m̂ milieu. D'après la propriété rappelé ci-dessous ABA'C est un parallélogr

propriété: Si les diagonales ont le même milieu, alors le quadrilatère est un parallélograme.

Une démonstration par l'absurde de la question 3

Supposons que le quadrilatère $ABA'C$ est un rectangle. D'après la propriété suivante, les diagonales $[AA']$ et $[BC]$ ont donc la même longueur.

Propriété	Si un quadrilatère est un rectangle alors ses diagonales ont la même longueur et se croisent en leur milieu.

Puisque O est le milieu de $[AA']$ et de $[BC]$, les longueurs AO et CO sont égales. Donc le triangle AOC est isocèle en O. D'après la propriété suivante, les angles $\widehat{OAC}$ et $\widehat{OCA}$ ont donc la même mesure.

Propriété	Si un triangle PQR est isocèle en P, alors les angles $\hat{Q}$ et $\hat{R}$ ont la même mesure.

Or, d'après l'énoncé, $\widehat{OAC} = 36°$ et $\widehat{OCA} = 35°$. **C'est une contradiction, donc $ABA'C$ n'est pas un rectangle.**

TD Écrire une démonstration de géométrie abstraite

Exercice corrigé

Soit PQR un triangle rectangle en P.

1. Quel est le projeté orthogonal de Q sur la droite (PR) ? Quel est le projeté orthogonal de R sur la droite (PQ) ?

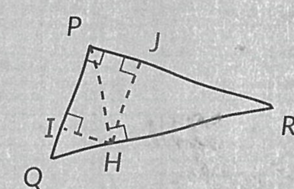
On donne trois propriétés :
Propriété 1 Si un quadrilatère a quatre angles droits, alors ce quadrilatère est un rectangle.
Propriété 2 Si un quadrilatère est un rectangle, alors il a quatre angles droits.
Propriété 3 Si trois angles d'un quadrilatère sont droits, alors le quatrième angle du quadrilatère est un angle droit.

2. Soit H le projeté orthogonal de P sur (QR), soit I le projeté orthogonal de H sur (PQ) et soit J le projeté orthogonal de H sur (PR). En utilisant certaines des trois propriétés, répondre à la question « PIHJ est-il un rectangle ? ».

Une solution possible de l'exercice...

1. Le projeté orthogonal de Q sur (PR) est P. Le projeté orthogonal de R sur (PQ) est P.

2. Le triangle PQR est rectangle en P donc l'angle $\widehat{IPJ}$ est droit. De plus, I est le projeté orthogonal de H sur (QP) donc l'angle $\widehat{HIP}$ est un angle droit. Enfin, J est le projeté orthogonal de H sur (PR) donc l'angle $\widehat{HJP}$ est un angle droit. Le quadrilatère $PIHJ$ possède donc trois angles droits. D'après la propriété 3, le quatrième angle est donc aussi un angle droit. D'après la propriété 1, $PIHJ$ est donc un rectangle.



Pour se lancer...

1 P est un point et (d) une droite ne passant pas par P. Q est le projeté orthogonal de P sur (d) et R est un point de (d) distinct de Q. Q' est le symétrique de Q par rapport au milieu du segment [PR]. Voilà cinq propriétés :
Propriété 1 Les diagonales d'un parallélogramme se croisent en leur milieu.
Propriété 2 Si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, alors ce quadrilatère est un parallélogramme.
Propriété 3 Si un parallélogramme a un angle droit, alors ce quadrilatère est un rectangle.
Propriété 4 Un rectangle a quatre angles droits.
Propriété 5 Les diagonales d'un rectangle ont la même longueur.
En utilisant certaines de ces propriétés, répondre à la question « PQRQ' est-il un rectangle ? ».

Parcours de réussite

2 Dans chaque cas, trace une figure codée à main levée puis démontre que le quadrilatère est un parallélogramme.

1. $JEUX$ est un quadrilatère de centre K tel que $KJ = KU$ et $KX = KE$.
2. $GARS$ est un quadrilatère tel que (GA) est parallèle à (SR) et (GS) est parallèle à (RA).
3. $DOUX$ est un quadrilatère non croisé tel que $\widehat{ODX} = \widehat{OUX}$ et $\widehat{DOU} = \widehat{DXU}$.
4. $VERS$ est un quadrilatère non croisé tel que (VE) est parallèle à (SR) et $VE = SR$.

3 On considère un triangle BAS. Soit le point I symétrique du point A par rapport au point B et le point L symétrique du point S par rapport au point B. Démontrer que le quadrilatère $LISA$ est un parallélogramme.

4
1. Le quadrilatère $CHAT$ est un parallélogramme tel que $AT = TC$. Démontrer que c'est un losange.
2. Le quadrilatère $GRIS$ est un parallélogramme tel que $GI = RS$. Démontrer que c'est un rectangle.
3. Le quadrilatère $NUIT$ est un parallélogramme de centre S tel que $SN = SU$ et les droites (IN) et (UT) sont perpendiculaires. Démontrer que c'est un carré.

Parcours d'approfondissement

5 Les quadrilatères $BOUE$ et $BRUT$ sont deux parallélogrammes et le point S est le milieu du segment $[BU]$. Demontrer que le quadrilatère $TERO$ est un parallélogramme.

6 Soit C un cercle de centre O et de diamètre $[AB]$ et P un point quelconque du cercle.

1. Soit R le symétrique de P par rapport à O. Justifier que le quadrilatère $APBR$ est un rectangle.
2. En déduire que le triangle APB est nécessairement rectangle en P.

7 Soit $ABCD$ un parallélogramme. Les droites (AC) et (BD) se coupent en O. Soit E le milieu de $[DO]$ et F le milieu de $[BO]$. Démontrer que $AECF$ est un parallélogramme.

8 Soit un parallélogramme $FEUX$ tel que $FE = 5$ cm, $EU = 6$ cm et $\widehat{FEU} = 50°$. Soit R le projeté orthogonal de F sur (UX) et G le projeté orthogonal de U sur (FE). Quelle est la nature du quadrilatère FRUG ? Démontrer.

ALGEBRE 1 Expressions littérales de degré 1.

Exercice de l'ordinateur devin

Allez à l'adresse huit.re/ordinateur-devin, puis suivez les instructions. Faites plusieurs essais.

Y a-t-il « un truc » ou l'ordinateur est-il effectivement capable de lire dans vos pensées ?

Pensez-vous qu'un ordinateur puisse lire dans vos pensées ?
Essayez, vous verrez que c'est possible !

Instructions :
Choisissez un nombre entier entre 1 et 99 (prenons par exemple 67).
Soustrayez de ce nombre la somme des chiffres qui le composent.
(dans notre exemple, ça donne : 67 - 6 - 7 = 54)
Regardez le tableau plus bas : il fait correspondre à chaque nombre un symbole.
Cherchez le symbole qui correspond au vôtre et répétez-le dans votre tête pendant 5 secondes.
Enfin, cliquez sur le carré magique !

0 P	1 Œ	2 ®	3 R	4 T	5 €	6 }	7 ¶	8 T	9 P
10 K	11 ®	12 K	13 K	14 F	15 Z	16 K	17 C	18 P	19 J
20 M	21 }	22 Ø	23 C	24 G	25 K	26 Œ	27 P	28 Z	29 T
30 X	31 W	32 €	33 G	34 ^	35 K	36 P	37 T	38 ¶	39 G
40 H	41 R	42 H	43 Œ	44 A	45 P	46 W	47 T	48 Ø	49 ¥
50 P	51 _	52 [	53 [	54 P	55 X	56 G	57 T	58 ^	59 X
60 W	61 ¥	62]	63 P	64 H	65 æ	66 €	67 A	68 S	69 D
70 D	71 ¶	72 P	73 R	74 S	75]	76 P	77 €	78 X	79 K
80]	81 P	82 X	83 _	84 T	85 A	86 }	87 _	88 £	89 P
90 D	91 X	92 F	93]	94 J	95 W	96 F	97 K	98]	99 C

On observe que les multiples de 9 ont tous le même symbole, celui que donne le site.
Le "truc" repose sur le fait que le résultat du calcul est un multiple de 9 quel que soit le nombre choisi.
Démontrons-le !

On constate que les multiples de 9 sont tous associés au même symbole et que le résultat du calcul semble donner un multiple de 9 quel que soit le nombre de départ. Voilà l'astuce du site web pour deviner notre symbole !

On propose alors deux démonstrations de l'affirmation :

« Quel que soit le nombre de départ, le résultat du calcul est un multiple de neuf ».

Proposition de démonstration sans calcul littéral	Proposition de démonstration avec calcul littéral
Si on soustrait le chiffre des unités au nombre de départ, on obtient un nombre se terminant par zéro, c'est-à-dire un multiple de 10. Plus précisément, on obtient le résultat de la dernière ligne dans la table de multiplication du chiffre des dizaines. Si on retire ensuite le chiffre des dizaines à ce résultat, on obtient le résultat de l'avant dernière ligne de la table, donc un multiple de 9. CQFD.	**Chiffre des dizaines :** a **Chiffre des unités :** b **Nombre de départ :** $10a + b$ **Résultat du calcul :** $10a + b - a - b$ Or, quelles que soient les valeurs de a et de b, on a : $10a + b - a - b$ $= 10a - a$ $= 9a$ CQFD.

Exercice des deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul qui peuvent s'appliquer à n'importe quel nombre de départ.

Programme de calcul n° 1
```
Doubler
Ajouter 3
Multiplier par 5
Retirer 20
Diviser par 10
```

Programme de calcul n° 2
```
Retirer 0,5
```

Dans un tableur, on saisit **=((2*B1+3)*5-20)/10** en cellule **B2** et on recopie cette formule à droite, on obtient :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Nombre de départ	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
2	Résultat du programme	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5

On a alors conjecturé que les programmes n° 1 et n° 2 donnent le même résultat pour tous les nombres de départ.
Démontrez cette conjecture.

On note x le nombre choisi au départ. x peut donc prendre toutes les valeurs possibles. On peut lui appliquer le programme de calcul

Double : $2x$

Ajouter 3 : $2x+3$

Multiplier par 5 : $5(2x+3) = 5\times 2a + 5\times 3 = 10x+15$

Soustraire 20 : $10x+15-20 = 10x-5$

Diviser par 10 : $(10x-5)\div 2 = \dfrac{10x-5}{10}$

$= \dfrac{10x}{10} - \dfrac{5}{10}$

$= x - 0,5$

$\Rightarrow$ Ce qui est le résultat du programme n° 2

Exercice des expressions

Expression	Étapes (dans l'ordre)	Opérations (dans l'ordre)	Description en français	Code « Club des expressions »
$5(x+2)$	x $x+2$ $5(x+2)$	Ajouter 2 Multiplier par 5	Le produit de 5 par la somme de x et 2.	(produit 5(somme 2 x))
$1+2x$	x $x\times 2$ $1+2x$	Multiplier par 2 Ajouter 1	La somme de 1 et du produit de 2 par x	(somme 1(produit 2 x))
$\dfrac{y-1}{2}$	y $y-1$ $(y-1)\div 2$	Soustraire 1 Diviser par 2	Le quotient de la différence entre y et 1 par 2.	(quotient (différence y 1) 2)
$2(3a+4)$	a $3a$ $3a+4$ $2(3a+4)$	Multiplier par 3 Ajouter 4 Multiplier par 2	Le produit de 2 par la somme du produit de 3 par 4	(produit 2(somme(produit 3 a)4))

Exercice du Club des expressions (Seconde, Série 1)

Allez à l'adresse http://expressions.club avec les identifiants distribués (à coller sous l'énoncé pour ne pas les perdre).

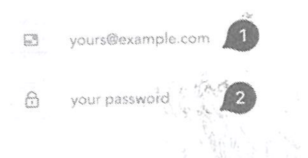
Dans l'onglet « Travail », vous trouverez la série « Seconde, Série 1 ». Vous devez alors reconstituer les expressions :

1. $3x$	**2.** $\frac{R}{4}$	**3.** $10(x-2)$
4. $10a+b$	**5.** $1-(-x)$	**6.** $\frac{ab}{c}$
7. $a\frac{b}{c}$	**8.** $10a+b-a$	**9.** $10a+b-a-b$

Vous devez réussir à reconstituer une expression en **mode non interactif** avant que le système ne vous propose la suivante. Si vous avez des difficultés, vous pouvez repasser en mode interactif (votre tentative se construit alors à l'écran en même temps que vous tapez votre code).

Tout le monde doit avoir pour objectif de reconstituer les sept premières expressions. Les deux dernières peuvent être considérées comme des défis. Le site enregistre votre activité. Votre travail sera vérifié en ligne.

1. Sur un navigateur Web, accéder à https://expressions.club
2. Cliquer sur le bouton « Connexion » (en haut à droite)
3. Cliquer sur « Merci, je connais déjà, je veux juste me connecter. »
4. Entrer son identifiant dans le champ n°1, et son mot de passe dans le champ n°2



1)(Produit 3 x) 2)(Quotient R 4) 3)(Produit 10 (Difference x 2))

4)(Sommes (Produit 10 a) b) 5)(Difference 1 (Produit -1 x))

6)(Quotient (Produit a b) c) 7)(Produit a (Quotient b c))

8)(Sommes (Produit 10 a) b (Difference a))

9)(Difference (Difference (Sommes (Produit 10 a) b) a) b)

Notion d'équation (exemple) : On considère la question :

« Quels sont les nombres dont la moyenne avec 9 est égale à 12 ? »

Répondre à cette question revient à résoudre l'équation suivante, où x représente la valeur inconnue :

$$\frac{9+x}{2}=12$$

Cette équation n'a qu'une seule solution : le nombre 15. Cela signifie deux choses :

Premièrement, $\frac{9+15}{2}=12$. Deuxièmement, pour tous les nombres x différents de 15, on a $\frac{9+x}{2}\neq 12$.

Exercice de la formule de la moyenne

1. Exprimez la moyenne de deux nombres en fonction de ces deux nombres (on demande une formule).

2. On considère deux nombres. Seuls leur moyenne et le premier nombre sont connus. Exprimez le nombre inconnu en fonction du nombre connu et de la moyenne (on demande une formule).

Exercice du Club des expressions (Seconde, Série 1)

Allez à l'adresse http://expressions.club avec les identifiants distribués (à coller sous l'énoncé pour ne pas les perdre).

Dans l'onglet « Travail », vous trouverez la série « Seconde, Série 1 ». Vous devez alors reconstituer les expressions :

1. $3x$ **2.** $\frac{R}{4}$ **3.** $10(x-2)$

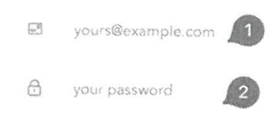
4. $10a+b$ **5.** $1-(-x)$ **6.** $\frac{ab}{c}$

7. $a\frac{b}{c}$ **8.** $10a+b-a$ **9.** $10a+b-a-b$

Vous devez réussir à reconstituer une expression en **mode non interactif** avant que le système ne vous propose la suivante. Si vous avez des difficultés, vous pouvez repasser en mode interactif (votre tentative se construit alors à l'écran en même temps que vous tapez votre code).

Tout le monde doit avoir pour objectif de reconstituer les sept premières expressions. Les deux dernières peuvent être considérées comme des défis. Le site enregistre votre activité. Votre travail sera vérifié en ligne.

1. Sur un navigateur Web, accéder à https://expressions.club
2. Cliquer sur le bouton « Connexion » (en haut à droite)
3. Cliquer sur « Merci, je connais déjà, je veux juste me connecter. »
4. Entrer son identifiant dans le champ n°1, et son mot de passe dans le champ n°2



	Identifiant	**Mot de passe**
ORSAT Jeanne	jeanne201@yopmail.com	2DekY

<u>Notion d'équation (exemple)</u> : On considère la question :

« Quels sont les nombres dont la moyenne avec 9 est égale à 12 ? »

Répondre à cette question revient à résoudre l'équation suivante, où x représente la valeur <u>inconnue</u> :

$$\frac{9+x}{2}=12$$

Cette équation n'a qu'une seule solution : le nombre 15. Cela signifie deux choses :

Premièrement, $\frac{9+15}{2}=12$. Deuxièmement, pour tous les nombres x différents de 15, on a $\frac{9+x}{2}\neq 12$.

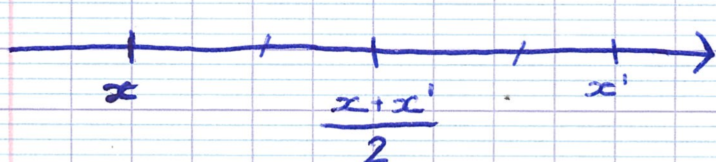
Exercice de la formule de la moyenne

1. Exprimez la moyenne de deux nombres en fonction de ces deux nombres (on demande une formule).

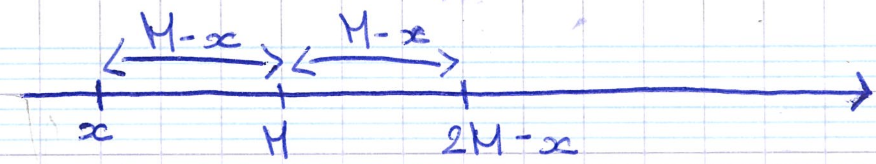
2. On considère deux nombres. Seuls leur moyenne et le premier nombre sont connus. Exprimez le nombre inconnu en fonction du nombre connu et de la moyenne (on demande une formule).

<u>1)</u> $M=\frac{x+x'}{2}$

Où x et x' désignent deux nombres et M leur moyenne



2)



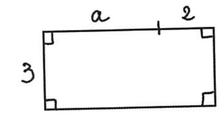
$x' = M + M - x$

$\boxed{x' = 2M - x}$

Où x est le nombre connu x' le nombre inconnu M leur moyenne.

TD Calculer avec des expressions algébriques

Exercice corrigé



1. Exprimer le périmètre et l'aire du rectangle suivant, où a désigne n'importe quel nombre strictement positif.
2. Les affirmations suivantes sont-elles vraies ? Justifier.
   - Pour tous les nombres x, on a : $5 + 3x = 8x$.
   - Pour tous les nombres k, on a : $k - 5 + 2k = 2 + 3k - 7$.
3. x représente n'importe quel nombre. Développer et réduire les expressions suivantes.
   - $5(x - 2) + 1$
   - $6 - (x + 3)$
   - $2x - (5 - x)$

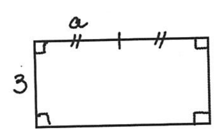
Une solution possible de l'exercice...

1. Le périmètre est $3 + (a + 2) + 3 + (a + 2) = 3 + a + 2 + 3 + a + 2 = 10 + 2a$.
   L'aire est $3 \times (a + 2) = 3(a + 2) = 3 \times a + 3 \times 2 = 3a + 6$.
2. - C'est faux. Par exemple, si $x = 0$, alors $5 + 3x = 5 + 3 \times 0 = 5$ tandis que $8x = 8 \times 0 = 0$.
   - C'est vrai. En effet, par réduction, pour tous les nombres k, on a $k - 5 + 2k = 3k - 5$ et $2 + 3k - 7 = 3k - 5$.
3. - $5(x - 2) + 1 = 5x - 10 + 1 = 5x - 9$
   - $6 - (x + 3) = 6 - x - 3 = 3 - x$
   - $2x - (5 - x) = 2x - 5 + x = 3x - 5$

Pour se lancer...

1

1. Exprimer le périmètre et l'aire du rectangle suivant, où a désigne un nombre strictement positif.



2. Construire un rectangle similaire, de périmètre $10 + 6a$ et d'aire $15a$.

2 Les affirmations suivantes sont-elles vraies ? Justifier.

1. Pour tous les nombres x, on a : $1 + 5(x - 1) = 6(x - 1)$.
2. Pour tous les nombres y, on a : $1 - 2x + 3x = x - 2 + 3$.

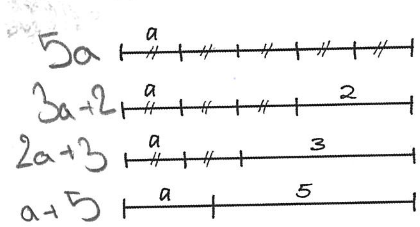
3 x représente n'importe quel nombre. Développer et réduire les expressions suivantes.

1. $1 + 2(3x + 1)$
2. $2x - (x + 1)$
3. $5(x - 1) - (x - 2)$
4. $10 - 3(x - 5)$
5. $\frac{10x+5}{5} - 1$

Parcours de réussite

4 Associer à chaque segments sa longueur, exprimées en fonction du nombre a.

- $a + 5$
- $5a$
- $2a + 3$
- $3a + 2$



5 Compléter pour que les égalités soient vraies quelle que soit la valeur du nombre a.

1. $5a + 3 + 2a + 1 =$ 5$a +$ 4
2. $7a + 5 + a - 1 =$ 8$a +$ 4
3. $5(a + 1) =$ 5$\times a +$ 5$\times 1 =$ 5$a +$ 5

6 x représente un nombre quelconque. Développer et réduire.

1. $6(x + 2)$
2. $5(x - 1) + 1$
3. $1 + 4(x + 3)$

Parcours d'approfondissement

7 x et n représentent des nombres quelconques. Développer et réduire les expressions suivantes :

1. $\frac{3}{2}(\frac{4}{3}x - \frac{4}{5}) + 1$
2. $1 - 4(\frac{3}{8} - \frac{n}{2})$
3. $4(x + \sqrt{2}) - \sqrt{2}$

8

1. Pour chacun des programmes de calcul, exprimer le résultat final en fonction du nombre choisi, noté x.

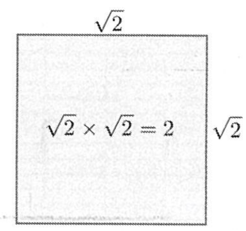
Programme n°1	Programme n°2
• Ajouter 5	• ~~Soustraire~~ AJOUTER 3 → ajouter
• Multiplier par 2	• Multiplier par –4
• Soustraire à 6 le résultat	• Ajouter le nombre choisi
• Diviser par 2	• Diviser par 3
• Ajouter 3	• Ajouter 5

2. Démontrer que le résultat de ces deux programme est le même quel que soit le nombre choisi.

Géométrie 2 - Carrés et Racine carrées

Le nombre $\sqrt{2}$

Considérons, en géométrie abstraite, un carré d'aire 2 cm². La longueur de son côté est le nombre positif dont le carré vaut 2, noté $\sqrt{2}$ (**racine carrée de 2**) :



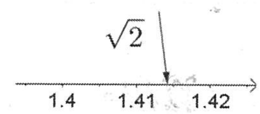
$$\sqrt{2} \geq 0 \quad \text{et} \quad (\sqrt{2})^2 = \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2.$$

On a $1{,}4^2 = 1{,}96 < 2$ et $1{,}5^2 = 2{,}25 > 2$. Donc $1{,}4 < \sqrt{2} < 1{,}5$.

En utilisant un algorithme de balayage, on a obtenu un meilleur encadrement :

$$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$$

Quand on saisit $\sqrt{2}$, la calculatrice affiche 1,414213562 mais attention, ce n'est qu'une valeur approchée de $\sqrt{2}$.



Racine carree d'un nombre positif

Définition La racine carrée d'un nombre positif a, notée $\sqrt{a}$, est le nombre positif dont le carré vaut a :

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad \text{et} \quad (\sqrt{a})^2 = \sqrt{a} \times \sqrt{a} = a.$$

Exemple : La racine carrée de 16 est 4 car 4 est un nombre positif et $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

Solutions de l'equation $x^2 = a$ avec $a > 0$

Quels sont les nombres dont le carré vaut 9 ? 3 et -3 (La racine carré de 9 est 3 car positif)

Quels sont les nombres dont le carré vaut 2 ? $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$

Quels sont les nombres dont le carré vaut -16 ? Il n'y en a pas

Quels sont les nombres dont le carré vaut 121 ? 11 et -11

Quels sont les nombres dont le carré vaut 10 ? $\sqrt{10}$ et $-\sqrt{10}$

Propriété : Si a est un nombre positif non nul, l'équation $\boxed{x^2 = a}$ possède deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$

Regle de calcul avec la racine carree

Propriété $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ pour tous a et b positifs ou nuls.

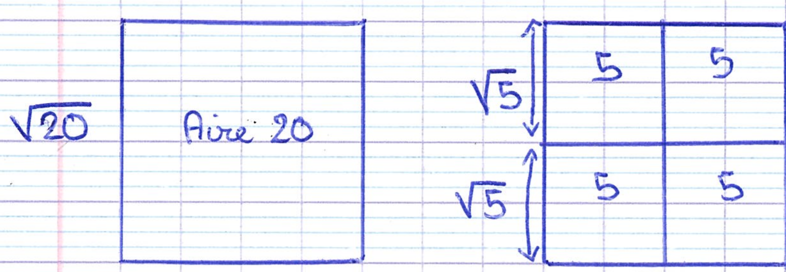
Exemple : $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = \sqrt{4} \times \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

Attention ! En général, $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$.

Par exemple, $\sqrt{9+16} =$ $\sqrt{25} = 5$

Alors que $\sqrt{9} + \sqrt{16} =$ $3 + 4 = 7$

Preuve géométrique de $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$



Exercice : Démontrer que $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Méthode 1 - Par la définition

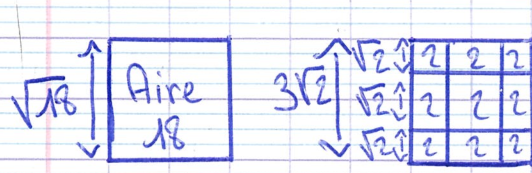
$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2}$$
$$= 3 \times 3 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2}$$
$$= 9 \times 2$$
$$= 18$$

et $3\sqrt{2} > 0$ donc $\sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Méthode 2 - Avec la propriété

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2}$$
$$= \sqrt{9} \times \sqrt{2}$$
$$= 3\sqrt{2}$$

Méthode 3 - Preuve géométrique



Carré d'aire 18 découpé en 9 carré d'aire 2.

Exercice du point mystère

ABCD est un rectangle tel que *AB* = 4 cm et *BC* = 6 cm.

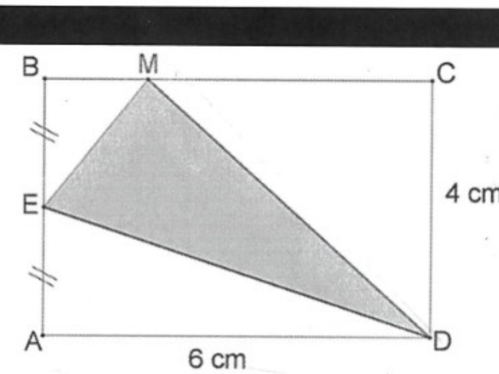
M est un point du segment [*BC*].

E est le milieu du segment [*AB*].

Est-il possible que le triangle *EDM* soit isocèle en *D* ?

Si oui, à quelle distance du point *C* le point *M* doit-il se trouver ?

Sinon, pourquoi ?



Dans le triangle EAD rectangle A ; d'après le théorème de Pythagore, on a :

$$ED^2 = AE^2 + AD^2$$
$$= 2^2 + 6^2$$
$$= 4 + 36$$
$$= 40$$

Donc $\sqrt{40} = 6{,}32$ cm $ED \approx 6{,}3$ cm $ED = \sqrt{40}$ cm

Dans le triangle MDC rectangle en C, d'après le théorème de Pythagore
Supposons que EMD est isocele alors $ED = MD$ ($\cancel{\approx 6{,}3}$) $\sqrt{40}$

$MD^2 = MC^2 + CD^2$

$6{,}3^2 = MC^2 + 4^2$ $\sqrt{40}^2 = MC^2 + 4^2$

$MC^2 = 6{,}3^2 - 4^2$ $MC^2 = \sqrt{40}^2 - 4^2$

$= 39{,}7 - 16 = 23{,}7$ $= 40 - 16 = 24$

Donc $\sqrt{23{,}7} = 5$ $MC = 4{,}9$ $MC = \sqrt{24}$

Attention, par ce raisonnement, on a seulement démontré que si $ED = MD$, alors $MC = \sqrt{24}$ cm. Autrement dit, on a démontré que pour que $ED = MD$, il faut . . . . . . que $MC = \sqrt{24}$.

Pour résoudre l'exercice, on doit aussi démontrer que si $MC = \sqrt{24}$, alors $ED = MD$. Autrement dit, on doit aussi démontrer que pour que $ED = MD$, il . suffit . . . . . que $MC = \sqrt{24}$.

En effet, si $MC = \sqrt{24}$ alors d'après le th. de Pythagore dans MCD rectangle en C.

$$MD^2 = MC^2 + CD^2$$
$$= \sqrt{24}^2 + 4^2$$
$$= 24 + 16$$
$$= 40$$

donc on a bien $MD = \sqrt{40}$

donc $MD = ED$

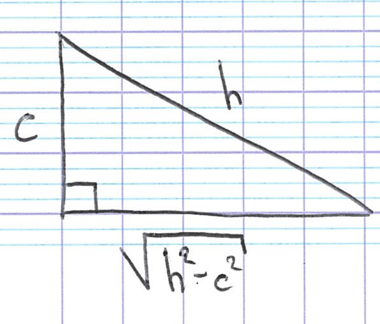
On a donc bien l'équivalence.

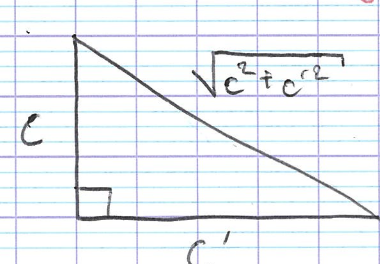
" Pour que $ED = MD$, il faut et il suffit que $MC = \sqrt{24}$ cm "

Autrement dit

" $ED = MD$ si et seulement si $MC = \sqrt{24}$ cm ".

→ Formule pour calculer les cotés d'un triangle rectangle.





TD Manipuler les racines carrées

Exercice corrigé

1) Écrire les nombres suivants sans racine carrée. **a.** $\sqrt{6\,400}$ **b.** $\sqrt{\frac{4}{81}}$

2) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible. **a.** $4\sqrt{72}$ **b.** $3\sqrt{18}-7\sqrt{50}$

Une solution possible de l'exercice...

1. a. $\sqrt{6\,400}=\sqrt{64\times100}=\sqrt{64}\times\sqrt{100}=8\times10=80$

b. $\sqrt{\dfrac{4}{81}}=\dfrac{\sqrt{4}}{\sqrt{81}}=\dfrac{2}{9}$

2. a. $72=2\times2\times2\times3\times3=2^2\times3^2\times2$

$\sqrt{72}=\sqrt{2^2\times3^2\times2}=\sqrt{2^2}\times\sqrt{3^2}\times\sqrt{2}$

$\sqrt{72}=2\times3\times\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ donc $4\sqrt{72}=4\times6\sqrt{2}=24\sqrt{2}$

b. $\sqrt{18}=\sqrt{3\times3\times2}=3\sqrt{2}$ et $\sqrt{50}=\sqrt{5\times5\times2}=5\sqrt{2}$

$3\sqrt{18}-7\sqrt{50}=3\times3\sqrt{2}-7\times5\sqrt{2}=9\sqrt{2}-35\sqrt{2}$

$=(9-35)\sqrt{2}=-26\sqrt{2}$

Pour se lancer...

1 Écrire les nombres suivants sans racine carrée. On laissera le résultat sous forme fractionnaire le cas échéant.

a. $\sqrt{400}$ **b.** $\sqrt{1600}$ **c.** $\sqrt{25^2}$

d. $\sqrt{49}$ **e.** $\sqrt{576}$ **f.** $\sqrt{\dfrac{25}{36}}$

2 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible.

a. $3\sqrt{125}$

b. $-7\sqrt{108}$

c. $2\sqrt{20}-11\sqrt{80}$

Parcours de réussite

3 **1)** Écrire les racines suivantes sous forme d'un nombre entier : $\sqrt{16}$; $\sqrt{25}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{100}$.

2) Les nombres suivants ont-ils une racine carrée ? Si oui, laquelle ?

10^2 ; 9 ; -36 ; $(-8)^2$; 144 ; -1 ; -52 ; π.

4 Écrire les nombres suivants avec une seule racine carrée.

a. $\sqrt{3}\times\sqrt{5}$ **b.** 3 **c.** $\dfrac{\sqrt{2}\times\sqrt{5}}{\sqrt{3}\times\sqrt{7}}$ **d.** $\dfrac{\sqrt{33}}{\sqrt{3}}$

5 Écrire les nombres suivants sous forme d'un nombre entier.

a. $\sqrt{25\times9}$ **b.** $\sqrt{900}$ **c.** $\sqrt{7}\times\sqrt{28}$

6 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible.

a. $\sqrt{300}$ **b.** $2\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

c. $5\sqrt{2}-\sqrt{18}$ **d.** $4\sqrt{12}+3\sqrt{27}$

Parcours d'approfondissement

7 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a et b entiers et b le plus petit possible.

a. $\sqrt{50}+4\sqrt{18}-7\sqrt{8}$

b. $4\sqrt{54}-2\sqrt{150}+\sqrt{96}$

8 Écrire les nombres suivants sans racine carrée.
Exemple : $\sqrt{0,16}=\sqrt{\frac{16}{100}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{100}}=\frac{4}{10}=0,4$.

a. $\sqrt{0,0049}$

b. $\sqrt{\dfrac{0,81}{49}}$

c. $\sqrt{0,036}\times\sqrt{0,049}$

9 Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ avec a entier et b une fraction irreductible.

a. $-2\sqrt{\dfrac{3}{8}}+3\sqrt{\dfrac{147}{18}}$

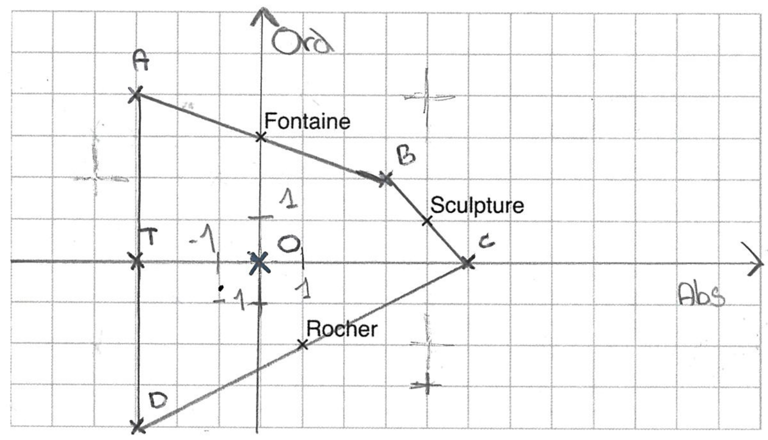
b. $3\sqrt{\dfrac{20}{63}}-10\sqrt{\dfrac{45}{28}}$

Géométrie 3 - Repère et coordonnées

Exercice du trésor

Un commerçant avait accumulé un trésor. À sa mort, il laisse le message et la carte ci-dessous. Malheureusement, le vieux chêne dont il est question disparaît en même temps que le commerçant, et depuis, tous ceux qui ont le message entre les mains pensent que le trésor est introuvable.

Et vous, trouverez-vous le trésor ?



Partez du vieux chêne, allez vers la fontaine et parcourez en ligne droite une distance double de celle qui sépare le vieux chêne de la fontaine. Vous arrivez à un premier point.

Dirigez-vous alors vers la sculpture et parcourez en ligne droite une distance double de celle qui sépare le premier point de la sculpture. Vous arrivez à un second point.

Allez alors vers le rocher en forme de pyramide et parcourez en ligne droite une distance double de celle qui sépare le second point du rocher. Vous arrivez à un troisième point.

Le trésor est à mi-chemin entre le vieux chêne et le troisième point, à cinq pieds sous terre.

Conjecture : Quelle que soit l'emplacement du vieux chêne, le trésor est situé au même endroit

On introduit un repère pour pouvoir raisonner sur les coordonnées.
Avec votre choix pour l'origine, on a les coordonnées : $F(0;3)$ $S(4;1)$ $R(1;-2)$

Si on place les coordonnées $(-3;4)$, d'après le dessin, on a : $B(3;2)$ $C(5;0)$ $D(-3;-4)$ et $T(0;3)$

On peut alors reformuler la conjecture :
Quelles que soient les coordonnées $(x_A ; y_A)$ du point A, les coordonnées du point T sont $(-3;0)$

Notations

On note F, S et R les points représentant la fontaine, la sculpture et le rocher.

On appelle A le point où se trouve le vieux chêne. À partir de A, on définit :

- le point B, symétrique de A par rapport au point F ;
- le point C, symétrique de B par rapport au point S ;
- le point D, symétrique de C par rapport au point R ;
- le point T, milieu du segment $[AD]$.

Théorème sur les coordonnées du milieu

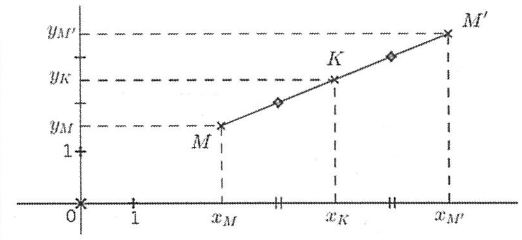
M et M' sont deux points quelconques, K est le milieu du segment $[MM']$.

Alors l'abscisse de K est la moyenne des abscisses de M et M' :

$$x_K = \frac{x_M + x_{M'}}{2}$$

Et l'ordonnée de K est la moyenne des ordonnées de M et M' :

$$y_K = \frac{y_M + y_{M'}}{2}$$



Coordonnées du symétrique d'un point par rapport à un autre

M' est le symétrique de M par rapport à K. On a :

$x_{M'} = 2x_K - x_M$ et $y_{M'} = 2y_K - y_M$.

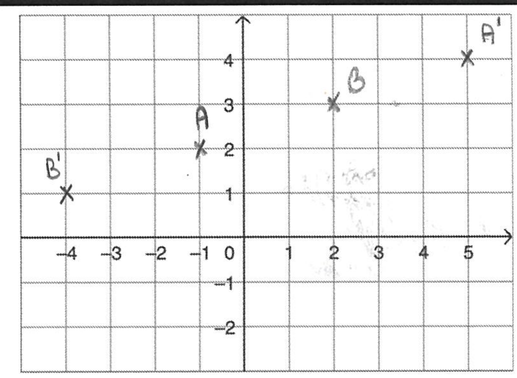
Exercice des deux symétriques

1. Sur la figure ci-contre, représentez les quatre points suivants.

   $A(-1\,;\,2)$ et $B(2\,;\,3)$.

   A', symétrique de A par rapport à B.

   B', symétrique de B par rapport à A.
2. Quelles sont les coordonnées du milieu de $[AB]$?
3. Quelles sont les coordonnées de A' et de B' ?
4. Que peut-on dire du milieu de $[A'B']$?



2) On note I le milieu de [AB]

$x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{-1+2}{2} = 0,5$

$y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+3}{5} = 2,5$

Donc $I(0,5;2,5)$

3) $x_{A'} = 2x_B - x_A$
$= 2 \times 2 - (-1)$
$= 5$

$y_{A'} = 2y_B - y_A$
$= 2 \times 3 - 2$
$= 4$

Donc $A'(5;4)$

$x_{B'} = 2x_{A'} - x_B$
$= 2 \times (-1) - 2$
$= -4$

$y_{B'} = 2y_A - y_B$
$= 2 \times 2 - 3$
$= 1$

Donc $B'(-4;1)$

4) Notons I le milieu de [A'B']

$$x_{I'} = \frac{x_{A'} + x_{B'}}{2} = \frac{5+(-4)}{2} = 0{,}5$$

$$y_{I'} = \frac{y_{A'} + y_{B'}}{2} = \frac{4+1}{2} = 2{,}5$$

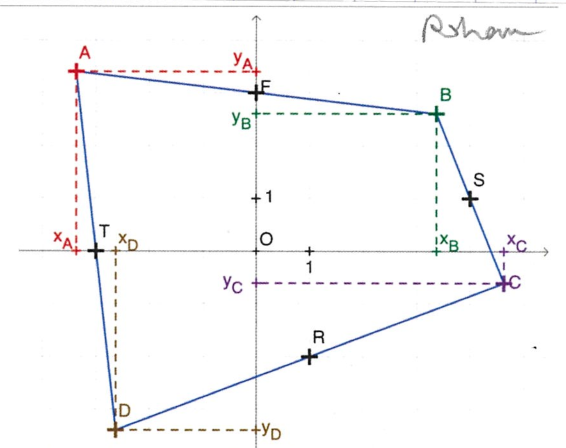
Donc $I'(0{,}5 ; 2{,}5)$, donc $[AB]$ et $[A'B']$ ont le même milieu.

DEMONSTRATION DE $x_T = -3$ ET $y_T = 0$

Nous allons exprimer en fonction de x_A et y_A les coordonnées des points B, C, D et T.

On a déjà, d'après la formule des coordonnées du symétrique d'un point par rapport à un autre :

$$\begin{aligned} x_B &= 2x_F - x_A \\ &= 2 \times 0 - x_A \\ &= -x_A \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y_B &= 2y_F - y_A \\ &= 2 \times 3 - y_A \\ &= 6 - y_A \end{aligned}$$

donc $x_B = -x_A$ $\quad\quad$ $y_B = 6 - y_A$

* C est le symétrique de B par rapport à $S(4;1)$, donc :

$$\begin{aligned} x_C &= 2x_C - x_B \\ &= 2 \times 4 - (-x_A) \\ &= 8 + x_A \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_C &= 2 \times y_S - y_B \\ &= 2 \times 1 - (6 - y_A) \\ &= 2 - 6 - y_A \\ &= -4 - y_A \\ &= y_A - 4 \end{aligned}$$

$$\boxed{\begin{aligned} x_C &= x_A + 8 \\ y_C &= y_A - 4 \end{aligned}}$$

* D est le symétrique de C par rapport à R (1 ; -2)

$x_D = 2x_R - x_C$
$= 2 \times 1 - (x_A + 8)$
$= 2 - x_A - 8$
$= -6 - x_A$

$y_D = 2y_R - y_C$
$= 2 \times (-2) - (y_A - 4)$
$= -4 - y_A + 4$
$= -y_A$

$$\boxed{\begin{aligned} x_D &= -x_A - 6 \\ y_D &= -y_A \end{aligned}}$$

T est le milieu du segment [AD]

$x_T = \frac{x_A + x_D}{2}$
$= \frac{x_A + (-x_A - 6)}{2}$
$= \frac{x_A - x_A - 6}{2}$
$= -\frac{6}{2}$
$= -3$

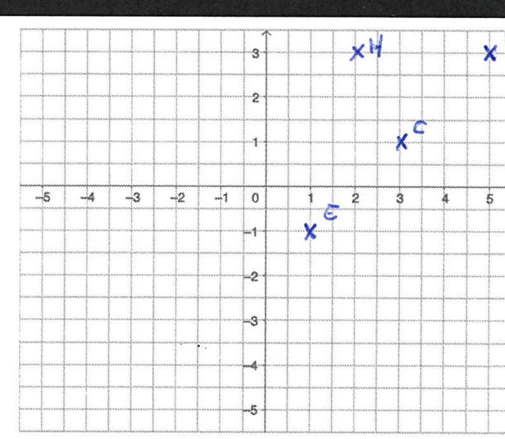
$y_T = \frac{y_A + y_D}{2}$
$= \frac{y_A + (-y_A)}{2}$
$= \frac{0}{2}$
$= 0$

<u>Conclusion :</u> Quelles que soient les valeurs de x_A et y_A, on a : $x_T = -3$ et $y_T = 0$

Exercice de géométrie repérée

On considère les points $E(1\,;-1)$, $F(5\,;3)$, $C(3\,;1)$ et $H(2\,;3)$.

1. Représentez ces points sur la figure ci-contre.
2. Démontrez que C est le milieu du segment $[EF]$.
3. Quelles sont les coordonnées du point G tel que C soit le milieu de $[HG]$?
4. Quelle est la nature du quadrilatère $EGFH$?



Solutions possibles de l'exercice de géométrie repérée

2. On a :

$$\frac{x_E + x_F}{2} = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3 = x_C$$

$$\frac{y_E + y_F}{2} = \frac{-1+3}{2} = \frac{2}{2} = 1 = y_C$$

Les coordonnées du milieu du segment $[EF]$ sont égales aux coordonnées de C. Donc C est le milieu de $[EF]$.

3. C est le milieu de $[HG]$, donc G est le symétrique de H par rapport à C. Donc :

$$x_G = 2 \times x_C - x_H = 2 \times 3 - 2 = 4$$

$$y_G = 2 \times y_C - y_H = 2 \times 1 - 3 = -1$$

Les coordonnées de G sont $(4\,;-1)$.

4. <u>Propriété</u> : si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu alors ce quadrilatère est un parallélogramme.

C est le milieu des segments $[EF]$ et $[HG]$, donc $EGFH$ est un parallélogramme.

Statistiques 2 - Indicateurs de position d'une série statistique

Exercice des deux magasins

Voici les prix de 24 produits dans deux magasins.
Dans quel magasin les prix sont-ils les moins élevés ?

	Magasin 1	Magasin 2
Produit A	10,50	10,00
Produit B	1,10	0,99
Produit C	1,99	1,70
Produit D	32,00	36,00
Produit E	1,79	1,50
Produit F	2,40	2,40
Produit G	2,49	2,20
Produit H	6,00	4,99
Produit I	0,59	0,49
Produit J	10,99	9,99
Produit K	2,00	1,75
Produit L	3,60	3,60
Produit M	1,80	1,50
Produit N	4,99	5,99
Produit O	14,99	18,99
Produit P	1,30	1,20
Produit Q	8,00	9,00
Produit R	5,99	5,00
Produit S	11,99	10,29
Produit T	22,00	20,00
Produit U	5,99	5,50
Produit V	250,00	299,00
Produit W	29,99	28,00
Produit X	8,50	8,99

	Magasin 1	Magasin 2
Moyenne	18,37	20,38
Nbr de produits + chers	6	16
Médiane	5,99	5,25
Premier Quartile	2	1,72
Deuxième Quartiles	11	10
Troisième Quartiles	11,5	10,15

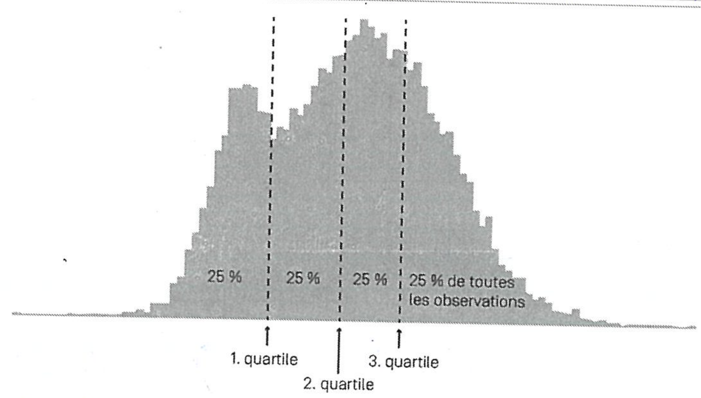
Voici maintenant la liste des prix triée dans l'ordre croissant pour chaque magasin.

	Magasin 1	Magasin 2
Produit A	0,59	0,49
Produit B	1,10	0,99
Produit C	1,30	1,20
Produit D	1,79	1,50
Produit E	1,80	1,50
Produit F	1,99	1,70
Produit G	2,00	1,75
Produit H	2,40	2,20
Produit I	2,49	2,40
Produit J	3,60	3,60
Produit K	4,99	4,99
Produit L	5,99	5,00
Produit M	5,99	5,50
Produit N	6,00	5,99
Produit O	8,00	8,99

Les quartiles Q_1, Q_2 et Q_3 d'une série statistique sont trois quantités qui partagent la liste ordonnée des valeurs de la série en quatre sous-listes ayant à peu près le même nombre de valeurs, c'est-à-dire environ 25 % des valeurs.

Q_1 est appelé le premier quartile et Q_3 le troisième quartile.

Le deuxième quartile Q_2 correspond à la médiane.



Bilan de l'exercice des deux magasins

Si l'on se fie aux nombres de produits moins chers, le magasin le moins cher est le 2 mais cet argument ne tient pas compte des écarts entre les prix.

Pour répondre, on peut aussi utiliser des indicateurs de position des séries de prix.

Choix 1. Si l'on se fie à la moyenne, le magasin le moins cher est le magasin 1. Mais ce n'est pas très significatif car la moyenne du magasin 2 est plus élevée surtout à cause du produit V. D'ailleurs, si on enlève le produit V, la moyenne est moins élevée dans le magasin 2.

Choix 2. Si l'on se fie à trois autres indicateurs de position (premier quartile, médiane et troisième quartile), le magasin le moins cher est le 2.

Conclusion: C'est plutôt le prix des produits du quotidiens qui nous interesse. Or, la moyenne est "tirée vers le haut" par un produit autour de 300 €. La médiane et le quartiles sont donc des indicateur plus pertinents: le magasin 2 est le moins cher.

Exercice des salaires

Derrière le salaire moyen, de fortes disparités

« Hier, l'Acoss, l'organisme qui fédère les organismes de Sécurité sociale, révélait que le salaire moyen par tête avait augmenté de 0,3 % au 4 e trimestre 2013 dans le secteur privé, atteignant 2 449 € mensuel. Un chiffre qui a étonné nombre d'internautes du Figaro. Certains le trouvant élevé, d'autres trop faible ! Le fait est que ce chiffre n'est qu'une moyenne. Il ne signifie pas que la majorité des Français touchent tous les mois cette somme. Il représente seulement la masse salariale par rapport au cumul des rémunérations brutes des salariés, avec de très hauts et de très bas salaires.

Plus significatif est le salaire médian. S'élevant, selon les dernières données disponibles, à 1 675 € bruts mensuels, ce dernier sépare les 50 % des Français qui gagnent moins que cette somme de l'autre moitié qui gagne plus.

Derrière ces chiffres, les disparités restent importantes. Selon l'Insee, les 10 % de salariés les moins bien payés touchent en moyenne un salaire net mensuel de 1 170 €. À l'inverse, les 10 % de salariés les mieux rémunérés disposent, eux, de plus de 3 400 €. Pour faire partie du "top" – les 1 % des Français les mieux payés –, il faut afficher une feuille de paie supérieure à 7 800 € par mois. »

© Marie Visot, « Derrière le salaire moyen, de fortes disparités », in lefigaro.fr, 13 mars 2014.

Les questions suivantes concernent les salaires bruts du secteur privé au quatrième trimestre de 2013.

1. Quel est le salaire moyen ? 2449 €

2. Quel est le salaire médian ? 1675 €

3. Indiquez sur la première ligne ci-dessous les quatre pourcentages manquants.

50 % des salaires du privé — 40 % — 9 % — 1 %

salaire minimum — 1 675 € — 3 400 € — 7 800 € — salaire maximum

4. Donnez le meilleur encadrement possible du troisième quartile de la série des salaires : ..... $\leq Q_3 \leq$ .....

5. Comment expliquer un si grand écart entre le salaire moyen et le salaire médian ?

4) 25 % des salaires sont sup. au 3ème quartiles. Q_3 est compris entre 1675 et 3400 €

5) Cet écart s'explique par la présence de salaire élevés qui augmentent le moy., mais pas la médiane

Exercice des retards

Une association de consommateurs a testé la ponctualité de 111 trains entre Dijon et Paris.

Retard (min)	0	2	4	6	8	10	15	20	25	120
Effectif	26	48	17	5	4	4	2	3	1	1

1. Déterminez le retard moyen des 111 trains, le retard médian ainsi que les premier et troisième quartiles.

2. Imaginez un slogan publicitaire que la SNCF pourrait diffuser pour vanter la ponctualité des trains d'Orléans à Paris. Ce slogan doit faire intervenir un indicateur de position.

3. L'employeur d'un usager de la ligne lui reproche d'arriver régulièrement avec plus de 5 minutes de retard au travail. Quel argument cet usager pourrait-il utiliser pour se défendre ? Cet argument doit utiliser un indicateur de position.

1) La moyenne, calculé avec les effectifs

$$\frac{26\times0+48\times2+17\times4+6\times5+4\times8+10\times4+15\times2+3\times20+25+120}{111}$$

$\simeq 4,5$ (ou 4 min 30 s)

La médiane $= 111 = 55+1+55$

Le retard médian est le 56e train.

train	n°1	...	n°26	n°27	...	n°74	n°75
retard	0	...	0	2	...	2	4

$(26+48=74)$

donc la médiane est 2 minute

* quartiles :

$111 = 55+1+55$

$= 27+1+27+1+27+1+27$

$\xleftrightarrow{\text{27 trains}}$ 28^e $\xleftrightarrow{\text{27 trains}}$ 56^e $\xleftrightarrow{\text{27 trains}}$ 84^e $\xleftrightarrow{\text{27 trains}}$

Q_1 est le retard du 28^e train, donc $Q_1 = 2$ min

Q_3 est le retard du 84^e train, donc $Q_3 = 4$